Uno no puede evitar la sensación de que esas ecuaciones matemáticas tienen una existencia independiente de la existencia propia, de que son más sabias que nosotros, más sabias aún que sus descubridores, de que podemos obtener de ellas más de lo que en ellas se puso.

Hertz, sobre las ecuaciones de Maxwell

Sistemas de ecuaciones lineales
Ejercicios resueltos

Método de sustitución:

1) Resuelve: $\begin{cases} 4x+3y=1 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$

Despejamos la *x* de la 1ª ecuación (podríamos haber elegido también la 2ª ecuación) y lo obtenido lo llevamos a la ecuación 2ª:

$$\begin{cases} 4x+3y=1 \\ 3x-2y=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1-3y}{4} \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$3\left(\frac{1-3y}{4}\right)-2y=-5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3-9y-8y=-20 \Rightarrow -7y=-23 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y=\frac{23}{17}}$$

Llevamos el valor de *y* a la 1ª ecuación:

$$x=\frac{1-3y}{4} \Rightarrow x=\frac{1-3\left(\frac{23}{17}\right)}{4}=\frac{\frac{17-69}{17}}{4}=$$

$$=\frac{-52}{17}:4 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{13}{17}}$$

Solución:

$$(x,y)=\left(-\frac{13}{17},\frac{23}{17}\right)$$

2) Resuelve: $\begin{cases} -\dfrac{4x}{3}+5y=-\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{2x-3y}{4}=6 \end{cases}$

Quitamos los denominadores:

$$\begin{cases} -\dfrac{4x}{3}+\dfrac{30y}{3}=-\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{2x-3y}{4}=\dfrac{24}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x+30y=-3 \\ 2x-3y=24 \end{cases}$$

Ahora procedemos de la manera acostumbrada:

Despejamos la *x* de la 2ª ecuación:

$$\begin{cases} -4x+30y=-3 \\ 2x-3y=24 \Rightarrow x=\dfrac{3y+24}{2} \end{cases}$$

Llevamos este resultado a la 1ª ecuación:

$$-4x+30y=-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4\left(\frac{3y+24}{2}\right)+30y=-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2(3y+24)+30y=-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24y=45 \Rightarrow \boxed{y=\frac{15}{8}}$$

Llevamos el resultado a la 2ª ecuación:

$$x=\frac{3y+24}{2}\Rightarrow x=\frac{3\left(\frac{15}{8}\right)+24}{2}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{x=\frac{237}{16}}$$

Solución:
$$(x,y)=\left(\frac{237}{16},\frac{15}{8}\right)$$

Método de igualación:

3) Resuelve: $\begin{cases}4x+3y=1\\3x-2y=-5\end{cases}$

Despejo la misma incógnita de las dos ecuaciones, por ejemplo, la *x*:

$$\begin{cases}4x+3y=1\\3x-2y=-5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1-3y}{4}\\x=\frac{-5+2y}{3}\end{cases}$$

Ahora igualo ambas expresiones:

$$\frac{1-3y}{4}=\frac{-5+2y}{3}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3-9y=-20+8y\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -17y=-23\Rightarrow y=\frac{23}{17}$$

Por último, llevo este resultado a la 1ª ecuación:

$$x=\frac{1-3y}{4}\Rightarrow x=\frac{1-3\left(\frac{23}{17}\right)}{4}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{-52}{17}:4\Rightarrow\boxed{x=-\frac{13}{17}}$$

Solución:
$$(x,y)=\left(-\frac{13}{17},\frac{23}{17}\right)$$

4) Resuelve: $\begin{cases}-5x+2y=-3\\\frac{3x-y}{2}=1\end{cases}$

Despejo la misma incógnita en las dos ecuaciones. En este caso voy a despejar la *y*:

$$\begin{cases}-5x+2y=-3\\\frac{3x-y}{2}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=\frac{-3+5x}{2}\\y=3x-2\end{cases}$$

Ahora igualamos ambas expresiones y despejamos *x*:

$$\frac{-3+5x}{2}=3x-2\Rightarrow$$
$$-3+5x=6x-4\Rightarrow\boxed{x=1}$$

Por último, llevamos este resultado a la 2ª ecuación:

$$y=3x-2\Rightarrow y=3\cdot1-2\Rightarrow\boxed{y=1}$$

Solución:
$$(x,y)=(1,1)$$

Método de reducción:

5) Resuelve: $\begin{cases}4x+3y=1\\3x-2y=-5\end{cases}$

Manipulando convenientemente las ecuaciones conseguiremos que una de las dos incógnitas se cancele y obtengamos así los valores buscados.

multiplico todo por 2

$$\begin{cases} 4x+3y=1 \\ 3x-2y=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x+6y=2 \\ 9x-6y=-15 \end{cases} \Rightarrow$$

multiplico todo por 3

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 8x+6y=2 \\ 9x-6y=-15 \\ \hline 17x \quad =-13 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{13}{17}} \end{array}$$

Obtengo y sustituyendo x en la 1ª ecuación:

$$4x+3y=1 \Rightarrow 4\left(-\frac{13}{17}\right)+3y=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\left(-\frac{13}{17}\right)+3y=1 \Rightarrow y=\frac{1+\frac{52}{17}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y=\frac{23}{17}}$$

Solución:

$$(x,y)=\left(-\frac{13}{17},\frac{23}{17}\right)$$

6) Resuelve: $\begin{cases} 2x+7y=2 \\ 5x-2y=-1 \end{cases}$

Quiero que la x se cancele.

multiplico por –5

$$\begin{cases} 2x+7y=2 \\ 5x-2y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10x-35y=-10 \\ 10x-4y=-2 \end{cases} \Rightarrow$$

multiplico por 2

$$\Rightarrow \begin{array}{l} -10x-35y=-10 \\ 10x-4y=-2 \\ \hline \quad -39y=-12 \Rightarrow \boxed{y=\frac{4}{13}} \end{array}$$

Ahora hallo x. Para ello sustituyo el valor de la y en la 1ª ecuación:

$$2x+7y=2 \Rightarrow 2x+7\left(\frac{4}{13}\right)=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{2-7\left(\frac{4}{13}\right)}{2} \Rightarrow \boxed{x=-\frac{1}{13}}$$

Solución:
Soluciones:

$$(x,y)=\left(-\frac{1}{13},\frac{4}{13}\right)$$

Ejercicio avanzado propuesto:

7) Resuelve: $\begin{cases} 4x-2y-z=-3 \\ -x+y+2z=7 \\ 2x-5y+z=-5 \end{cases}$

Las soluciones tienen que ser
(x, y, z) = (1, 2, 3)