

Probabilidad

EJERCICIO 1

El partido A y el partido B concurren a unas elecciones en un municipio donde el 55 % de los votantes son mujeres. Se sabe que el 40 % de los hombres votan al partido A y el 50 % al B . El 60 % de las mujeres votan al partido A y el 20 % al B . El resto de electores no vota.

a) (1 punto) Halle la probabilidad de que una persona, elegida al azar, no vote.

b) (1 punto) Sabiendo que una persona, elegida al azar, ha votado al partido A , halle la probabilidad de que sea mujer.

Solución:

Definimos los sucesos:

- A ="votantes del partido A "
- B ="votantes del partido B "
- N ="no son votantes"
- M ="votante femenino"
- H ="votante masculino"

Datos:

$$P(M)=0.55 \quad P(H)=0.45$$

$$P(A/H)=0.4 \quad P(B/H)=0.5 \quad P(N/H)=0.1$$

$$P(A/M)=0.6 \quad P(B/M)=0.2 \quad P(N/M)=0.2$$

$$a) P(N) = P(N/H)P(H) + P(N/M)P(M) = 0.1 \cdot 0.45 + 0.2 \cdot 0.55 = 0.115$$

$$b) P(M/A) = \frac{P(A/M)P(M)}{P(A/M)P(M) + P(A/H)P(H)} = \frac{0.6 \cdot 0.55}{0.6 \cdot 0.55 + 0.4 \cdot 0.45} = \frac{0.33}{0.51} = 0.647$$

EJERCICIO 2

En una ciudad, el 60 % de los niños usa zapatillas deportivas, el 50 % usa ropa deportiva y el 20 % usa ambas prendas.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que un niño, elegido al azar, no use ninguna de las dos prendas?

b) (1 punto) Si un niño usa zapatillas deportivas, ¿cuál es la probabilidad de que no use ropa deportiva?

Solución:

Definimos los sucesos:

- Z ="llevar zapatillas deportivas"
- R ="llevar ropa deportiva"

Datos:

$$P(Z)=0.6 \quad P(R)=0.5 \quad P(Z \cap R)=0.2$$

$$a) P(Z^c \cap R^c) = P((Z \cup R)^c) = 1 - P(Z \cup R) = 1 - [P(Z) + P(R) - P(Z \cap R)] = 1 - 0.6 - 0.5 + 0.2 = 0.1$$

$$b) P(R^c/Z) = \frac{P(R^c \cap Z)}{P(Z)} = \frac{P(Z) - P(R \cap Z)}{P(Z)} = \frac{0.6 - 0.2}{0.6} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3}$$

EJERCICIO 3

Las instalaciones de un club tienen una sala de medios audiovisuales y una de informática. El 60% de los socios utiliza la 1ª, el 30 % la 2ª y el 20 % ambas.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que un socio, elegido al azar, no utilice ninguna de las dos salas.

b) (1 punto) Si se sabe que un socio utiliza la sala de audiovisuales, ¿cuál es la probabilidad de que no utilice la de informática?

Solución:

Definimos los sucesos:

- M="sala de medios audiovisuales"
- I="sala de informática"

Datos:

$$P(M)=0.6 \quad P(I)=0.3 \quad P(M \cap I)=0.2$$

a)

$$P(M^c \cap I^c) = P((M \cup I)^c) = 1 - P(M \cup I) = 1 - [P(M) + P(I) - P(M \cap I)] = 1 - 0.6 - 0.3 + 0.2 = 0.3$$

$$b) P\left(\frac{I^c}{M}\right) = \frac{P(I^c \cap M)}{P(M)} = \frac{P(M) - P(M \cap I)}{P(M)} = \frac{0.6 - 0.2}{0.6} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3}$$

EJERCICIO 4

Una urna contiene 15 bolas, de las cuales 6 son azules y 9 son rojas. Se extraen sucesivamente y sin reemplazamiento, 3 bolas, al azar.

a) (0.5 puntos) Describa el espacio muestral asociado al experimento.

b) (0.75 puntos) Determine la probabilidad de que se extraiga, al menos, una bola azul.

c) (0.75 puntos) Halle la probabilidad de que la tercera bola extraída sea roja.

Solución:

Definimos los sucesos:

- A="extraer una bola Azul"
- R="extraer una bola roja"

$$a) \Omega = \{(A, A, A), (A, A, R), (A, R, A), (A, R, R), (R, A, A), (R, A, R), (R, R, A), (R, R, R)\}$$

$$b) P(\text{al menos una bola azul}) = 1 - P(\text{ninguna azul}) = 1 - \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{15 \cdot 14 \cdot 13} = 0.815$$

$$c) P(3^{\text{a}} \text{roja}) = P((A, A, R) \cup (A, R, R) \cup (R, A, R) \cup (R, R, R)) =$$

$$P(A, A, R) + P(A, R, R) + P(R, A, R) + P(R, R, R) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 9}{15 \cdot 14 \cdot 13} + \frac{6 \cdot 9 \cdot 8}{15 \cdot 14 \cdot 13} + \frac{9 \cdot 6 \cdot 8}{15 \cdot 14 \cdot 13} + \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{15 \cdot 14 \cdot 13} = 0.6$$

EJERCICIO 5

Los alumnos de Bachillerato de un I.E.S. proceden de 3 localidades A , B y C , siendo un 20 % de A , un 30 % de B y el resto de C . El 80 % de los alumnos de A cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º. El 50 % de los alumnos de B cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º. El 60 % de los alumnos de C cursa 1º de Bachillerato y el resto 2º.

a) (1 punto) Seleccionado, al azar, un alumno de Bachillerato de ese I.E.S., ¿cuál es la probabilidad de que sea de 2º ?

b) (1 punto) Si elegimos, al azar, un alumno de Bachillerato de ese I.E.S. y éste es un alumno de 1º, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la localidad B ?

Solución:

Definimos los sucesos:

- A ="proceder de la localidad A "
- B ="proceder de la localidad B "
- C ="proceder de la localidad C "
- 1° ="alumno de primero de bachillerato"
- 2° ="alumno de segundo de bachillerato"

Datos:

$$P(A)=0.2 \quad P(B)=0.3 \quad P(C)=0.5$$

$$P(1^\circ/A)=0.8 \quad P(2^\circ/A)=0.2$$

$$P(1^\circ/B)=0.5 \quad P(2^\circ/B)=0.5$$

$$P(1^\circ/C)=0.6 \quad P(2^\circ/C)=0.4$$

$$a) P(2^\circ) = P(2^\circ/A)P(A) + P(2^\circ/B)P(B) + P(2^\circ/C)P(C) = 0.2 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.5 = 0.39$$

$$b) P(B/1^\circ) = \frac{P(1^\circ/B)P(B)}{P(1^\circ/A)P(A) + P(1^\circ/B)P(B) + P(1^\circ/C)P(C)} = \frac{0.5 \cdot 0.3}{0.8 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.3 + 0.6 \cdot 0.5} = \frac{0.15}{0.61} = 0.246$$