Manuel José Fernández. Departamento de Matemáticas.

PROBLEMAS DEL TEMA 3 DE CALCULO(E.U.I.T. Informática de Oviedo). 04-05

CALCULO DIFERENCIAL

1) Estudiar la continuidad y derivabilidad en los puntos x = 0 y x = - 1 de la función :

$$f(x) = \begin{cases} sen(x), x \geq 0 \\ x^2, x \in (-1,0) \\ -2x-1, x \leq -1 \end{cases}$$

Hallar la función derivada de f en los puntos donde exista.

2) Hallar la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^{|x|}$ b) $g(x) = \log\left(\dfrac{tg^2(x)}{tg(x)+1}\right)$

c) $h(x) = \begin{cases} e^x - 1, x \geq 0 \\ x^2, x \prec 0 \end{cases}$ d) $l(x) = (3+2x)^{\log(3+2x)}$

3) Sea $f(x) = arctg\left(\dfrac{\cos(x)}{1+sen(x)}\right)$

a) Comprobar que la función derivada es una constante.
b) Hallar la ecuación de la recta tangente a f en el punto de abscisa x = 0.

4) Hallar la derivada de la función inversa de $f(x) = x^2 - x$ si $x \in [1,2]$

Comprobar que se obtiene lo mismo utilizando el resultado correspondiente a la derivada de la función inversa.

5) Demostrar que la ecuación $\dfrac{x-1}{x} - e^{-x} = 0$ tiene exactamente una raíz positiva y encontrar un intervalo (con extremos enteros consecutivos) que la contenga.

6)

a) Sea $f(x) = \dfrac{1}{x}$, ¿ Existe c ∈ (-1,1) tal que $f'(c) = \dfrac{f(1)-f(-1)}{2}$? . Justificar si la respuesta anterior está en contradicción con el teorema del valor medio.

b) Demostrar que $1 - \dfrac{a}{b} < \log\dfrac{b}{a} < \dfrac{b}{a} - 1$ si $0 < a < b$

Manuel José Fernández. Departamento de Matemáticas.

PROBLEMAS DEL TEMA 2 DE CALCULO(E.U.I.T. Informática de Oviedo). 04-05

CALCULO DIFERENCIAL

7) Calcular, usando la regla de L´ Hopital, los siguientes limites:

a) $\lim \dfrac{tg(x)-x}{x-sen(x)}$ $(x \to 0)$ b) $\lim \dfrac{\log(\cos(ax))}{\log(\cos(bx))}$ $(x \to 0)$

8) Dada la función $f(x)=\log(x+1)$

a) Aproximar dicha función por una parábola en un entorno del cero.
b) Acotar el error que se comete al considerar el valor del polinomio anterior para calcular log(1.1).

9) Utilizar un desarrollo de Mac-Laurin adecuado para calcular sen(1) con un error menor que 10^{-2}.

10) Demostrar que x = 0 es un punto critico de la función $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}+\cos(x)$ y estudiar si es máximo, mínimo, punto de inflexión o ninguna de estas tres cosas.

11) Hallar los extremos absolutos y relativos de la función $f(x)=2x^3-9x^2+12x+15$ si $x \in [0,3]$.

12) Determinar las dimensiones del rectángulo de area máxima inscrito en una circunferencia de radio R.

13) Sea $f(x)=x.e^{1/x}$

a) Determinar el dominio, asíntotas, crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, concavidad, puntos de inflexión y hacer un esbozo de la grafica de f.
b) ¿Es f acotada inferiormente o superiormente en su dominio?. ¿Es f acotada inferiormente en $(0,\infty)$?. Calcular, si existen, el ínfimo de f(x) en $(0,\infty)$ y el supremo de f(x) en $(-\infty,0)$.

14) Se considera la función $f(x)=\dfrac{x-1}{x}-e^{-x}$ que tiene un único punto de inflexión aproximadamente en (-0.9,-0.3).

a) Determinar el dominio, continuidad, asíntotas, monotonía, concavidad y hacer un esbozo de la grafica de f.
b) ¿Es f acotada superiormente en su dominio?. ¿Es f acotada superiormente en $(0,\infty)$?. ¿Es f acotada superiormente e inferiormente en (0.5,1)?. Razonar las respuestas.